

## The Nucleolus in Common Cost Allocation(**共通費 配分における仁**)

著者	青木 雅明
号	65
発行年	1996
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/14765">http://hdl.handle.net/10097/14765</a>

あお き まさ あき  
青 木 雅 明

学位の種類 博士(経済学)

学位記番号 経第 65 号

学位授与年月日 平成9年3月6日

学位授与の要件 学位規則第4条第2項該当

学位論文題目 The Nucleolus in Common Cost Allocation  
(共通費配分における仁)

論文審査委員 (主査)

教授 豊島 義一

教授 小倉 昇

教授 武蔵 滋夫

(東京都立大学経済学部)

## 論文内容要旨

過去において、多くの研究者がゲーム論の解を共通費配分へ応用してきた。本稿では、協力ゲームの解である仁(nucleolus)を取り上げ、共通費の配分法としての意味、そして、配分法としての有用性を論じていく。

最初に、本論文の構成から述べることにしよう。本論文は、7つの章からなる。最初の章と最後の章は、それぞれ、序論と結論であり、論文の全体に関ることが述べられている。このため、本要約と重複する部分も多いと思われるので、ここでは、第2章から第6章の要約を述べることにする。以下ではそれぞれの章ごとにその内容を要約し、最後に、全体に関する点を述べることにする。

### 第2章(The Significance of Nucleolus in Common Cost Allocation)の要約

1970年と80年代を通じて、多くの研究者が協力ゲームの解を共通費配分へ応用しようと試みてきた。これらの研究の中で検討されてきた協力ゲームの解は、シャプレイ値と仁であった。とりわけ、多くの研究者がシャプレイ値に関心を持っていたといえる。すなわち、過去の研究において、共通

費配分法としての仁に十分な検討がなされてこなかったといえるのである。本章では、この事実を過去の文献をサーベイすることを通じて明らかにしていく。

ここで行われたサーベイの結果は、現時点において、私たちが共通費配分法としての仁を研究することに対して1つの動機を与えてくれる。このため、本論文の目的は、過去の研究において触れられることが少なかった仁の側面を共通費配分の文脈において検討し、仁の配分法としての有用性そして可能性を明らかにしていくことである。本章は、このような視点に立ち、本論文の3章から6章における分析の方向性が示される。これらは、以下のように要約される。

- ・ 共通費配分が行われる状況を特性関数形のゲームとして定式化する。(第3章)
- ・ 共通費をめぐる交渉の場において仁を検討する。(第4章)
- ・ 様々な不満に対応する仁を検討する。(第5章)
- ・ 仁の公理を共通費配分において解釈する。(第6章)

### 第3章 (A Characteristic Function in Common Cost Allocation) の要約

本章は、本論文で行われる分析において用いられるモデルを明らかにしている。それゆえ、この章は、本稿で行われる分析の基礎を与えている。

この章では、ゲーム理論における特性関数の定義に従い、共通費配分における特性関数について考察した。すなわち、特性関数  $v(S)$  を見積もる際、提携  $S$  と  $N-S$  の間で行われる2人ゲームとして考え、特性関数を定義した。これらの定式化において重要な役割を果たすのは、譲渡可能利得の仮定であった。このため、第3章では、共通費配分における譲渡可能利得の意味も検討した。

この章の結果として、共通費配分において、費用関数から特性関数を合理的に見積もることができるケースと見積もることができないケースが存在することが明らかにされた。前者のケースにおいては、特性関数形のゲームの仮定が満たされるので、私たちは仁を共通費配分へと応用することが可能になる。

この章で行われた議論は、基礎的なものであるが、特性関数形のゲームを共通費配分へ応用しようとする際避けて通ることはできない。また、このような研究は、過去の研究において見過ごされてきた部分といえる。私たちが、特性関数形のゲームの解を共通費の配分へ応用する研究を行う場合重要なことは、ゲームの解から得られる結果を利用することではなく、ゲームの解の前提となる仮定を検証することである。このため、この章で行われた分析は、仁の応用のみならず、他の協力ゲームの解を応用する際にも有用となる。

### 第4章 (Bargaining and Nucleolus in Common Cost Allocation) の要約

第4章では、共通費の配分をめぐる交渉の場を仮定し、分析が行われた。ここで行われた分析では、仁がカーネル (kernel) の部分集合であり、カーネルが交渉集合 (bargaining set) の部分集合であるという点に着目した。これは、仁が持つ基本的な性質であり、共通費配分において仁の意味を検討していくためには、この点に注目することが1つの有効な手段となる。

上述した3つの解の関係は、仁が、仁の交渉論理のみならず、交渉集合における交渉論理とカーネルにおける交渉論理を持ち合わせていることを意味する。この点を考慮すると、仁は以下のような交渉の論理を内包していることが明らかにされる。

- ・異議・逆異議（交渉集合）
- ・不満の均衡（カーネル）
- ・最大不満の最小化（仁）

最初の交渉論理は、サービスの利用者が配分に関する意見を出し、その意見に対する反対意見が出されるような交渉を指している。2番目の交渉論理は、任意の2人のプレイヤー間における不満が均衡するように交渉が進められることを意味している。最後の交渉論理は、最大の不満を持つユーザーの不満ができる限り小さくなるような形で交渉が進められることを意味している。この章における分析は、上述したような交渉が行われている場合、仁が実際の交渉を代理することができる可能性を持つことを述べている。

過去において、特性関数形のゲームを交渉の場において検討した研究として、Roth and Verrecchia [1979] をあげることができる。ここでは、シャプレイ値の公理を交渉の場において解釈している。仁は、シャプレイ値に比べれば、交渉の場においてその意味を解釈しやすいにもかかわらず、仁による配分は、これまで交渉の場でその意味を検討される機会が少なかったことは否定できない。このため、ここで行われた分析は、これまで焦点が当てられなかった仁の側面を明らかにしたものだといえる。

## 第5章 (Various Nucleoli in Common Cost Allocation) の要約

第5章では、仁における不満の尺度を変化されることによって得られる様々な仁を検討した。具体的には、disruption nucleolus と最小コア (least core) に基づく仁である。これらの仁は、通常の仁とは異なる不満の尺度を用いて定義されている。

disruption nucleolus では、ある提携（単独のプレイヤーを含む）が全プレイヤーによる提携から離脱した時に生ずる損失と離脱した提携以外の提携に生ずる損失の双方を考慮した値を提携が持つ不満の尺度としている。このため、disruption nucleolus では、提携が配分に対して持つ不満が相対的に反映される。

最小コアに基づく仁では、超過を提携の規模を示す値（提携の人数や特性関数値）を用いて標準化したものを不満の尺度としている。この意味で、最小コアに基づく仁では、提携の規模が考慮されている。

この章では、仁が線形計画法の問題を解くことによって得られるという点に注目した。仁を求めるための線形計画問題における目的関数と制約条件を変更することにより、上述した仁を比較的簡単に求めることができる。これは、仁が共通費配分において生じうる様々な不満に対応できる可能性を持つということを示唆する。

ここで検討した仁は、ゲーム論の領域において提案された仁を共通費の配分へ応用したものであ

る。このため、実際の共通費配分において、サービスの利用者が、配分に対してどのような不満を持つかという点を明らかにする必要がある。この点を明らかにするためには、企業における共通費配分がどのように行われ、共通費配分と業績評価がどのように関わっているのかという点を調査する必要があるだろう。仁は、様々な不満の尺度を配分へ内包することができるので、もし、サービスの利用者が共通費配分において持ちうる不満を明らかにすることができるならば、本章で検討された仁などを通じて、サービス利用者が持つ不満を配分へ反映させることが可能になる。

## 第6章 (Axiomatic Approach to Nucleolus in Common Cost Allocation) の要約

第6章では、仁の公理化を扱った。ここでは、Potters [1991]、Snijders [1995]、Sobolev [1995] によって提案された公理を検討した結果、Snijders [1995] の提案した公理が、私たちのモデルにおいて解釈しやすいことが明らかになった。この章において、私たちは以下の公理について具体的な解釈を与えた。すなわち、

- Singlevaluedness (SV)
- Anonymity (ANN)
- Covariance (COV)
- Imputation Saving Reduced Game Property (ISRGP)

私たちは、共通費配分における公理の意味を具体的に検討した。私たちの分析は、上述した最初の3つの公理は、共通費配分において適切に解釈することができることを示している。このため、これらの公理をサービスの利用者は容易に受け入れるものと思われる。ISRGP は、私たちのモデルにおいては、Reduced Game Property (RGP) と同じになる。共通費配分において仁の公理を解釈する場合、ポイントとなるのは、RGP の解釈であることが分かる。

第6章では、部分ゲームが行われる状況を考え、RGP に1つの解釈を与えた。しかし、この章で与えた解釈は、直観的なものであり、仁の公理を共通費において解釈するための研究の第1歩にすぎない。今後、共通費配分において生じうるケースを考え、仁の公理の意味を検討していく必要がある。ここでの分析は、今後共通費配分において、仁の公理を研究していくことの可能性を示唆したものである。

今後、もし私たちが仁を導く公理を共通費配分において、より適切に解釈することができるならば、サービスの利用者は、仁の持つ意味を純分に理解することができ、仁による配分を望ましいものとして受け入れる可能性が大きくなる。本稿で、その意味を十分に解釈することができなかった、Potters [1991] や Sobolev [1995] の公理も、より一般的なケースにおいては意味を持つものと考えられる。

以上では、本論文の内容を章ごとに要約してきた。最後に、この論文におけるモデル化について触れることにする。本稿におけるモデルの特徴は、特性関数が凸ゲームになるという点である。すなわち、私たちは規模の経済が作用するケースを分析してきたものといえる。

私たちが本稿で得た結論のいくつかは、ゲームが凸であるという事実から得られている。このため、本稿における分析の結果は、凸ゲームとして定式化される状況においては確実に適用することができる。しかし、これは同時に、私たちのモデルが限界を持っていることを示している。今後、私たちはより広範囲なケースへと分析を広げていく必要がある。具体的には、優加法的なゲームへと分析を広げてみる必要があるであろう。

本稿における分析は、完全情報の下で行われている。この意味で私たちがここで行った分析は、限定的かもしれない。しかし、企業内における事業部や部門が密接に情報のやり取りを行っている状況では、私たちがモデル化したものと類似する状況が存在する。私たちが、本稿で得た分析の結果は、これらの状況についてあてはまるものと期待できる。

しかし、今後私たちは、不完全情報化における共通費配分を分析していく必要がある。このような状況を分析する際、ゲーム理論は有用なツールとなりうる。たとえば、Aoki [1996f] は、不完全情報下における共通費の配分をゲーム論の定式化を用いて分析している。この分析では、配賦基準に基づく配分法は、不完全情報下において、深刻な問題を持たないという結果を得ている。

ゲーム理論の有用性は、ただ単に、配分解を得ることにあるのではない。むしろ、現実の状況をモデル化するためのツールとして有用なものといえるであろう。本稿における分析が、共通費配分におけるゲーム論の有用性を示す一助となれば幸いである。

## 論文審査結果の要旨

本論文は、ゲーム理論における特性関数型の協力ゲームの解の一つである仁 (Nucleolus) を会計上の共通費の配分に利用する際に、仁が共通費配分のコンテキストに適合した解を与える条件を定義することによって、仁の実践的適用への展開を論じたものである。

まず、協力ゲームの解を応用した原価配分の研究に関する既存の文献を概観し、研究の大半が協力ゲームのもう一つの解であるシャプレイ値を対象としていることを示した。これはシャプレイ値が厳密な公理系に基づいて定義された解であって、その適用可能性について議論の展開が容易なことにその主な理由がある。これに対して、仁は線形計画問題として定式化されるので、目的関数や制約条件を変形することによって、原価配分をめぐる様々な環境要因を解に反映させうるという弾力性を持つ。青木氏は、仁の持つこのような弾力性を現実の原価配分問題に活用するための条件を検討する研究がこれまで不十分であったことを明らかにし、問題提起としている。

次に、会計的な方法で推定される原価関数と協力ゲームの基礎となる特性関数の比較を行い、会計上の原価配分の問題を特性関数型ゲームとして定式化するためには一定の条件が必要であることを示した。さらに、配分ゲームの解としての仁の性質を明らかにするために、交渉集合 (bargaining set) およびカーネル (kernel) などの配分ゲームの解と仁の関係を説明している。

このような仁の基本的な性質に基づいて、仁を求める線形計画問題の変化形について言及してい

る。すでに指摘したように、線形計画問題の目的関数や制約条件を変化させることによって、交渉集合やカーネルには含まれるが本来の仁とは異なる解を導くことができる。その代表的なものは、仁に類似する配分解として提案され、一定の制約条件下で配分交渉が行われた場合の結果を示すものと解釈されてきた。しかし、このような解釈は、一意的な解を求めるアルゴリズムを前提として、それに後から意味付けを与えたものにすぎず、現実存在する交渉の条件を公理化し、定式化したものではないという点で限界を持ち仁もまた同様の限界を内包している。

このような限界を克服するため、会計上の共通費配分の状況を定式化可能ないくつかの公理に置き換え、それらの公理に基づいて仁の線形計画問題を変形するという手続きを、青木氏は提案している。この手続きを具体化するために、すでに Potters や Snijders が提案した公理を吟味し、共通費配分問題を仁あるいは仁の変形への定式化に必要な公理を 4 つに絞ったうえで、reduced game property が解の性質を決定する最も重要な公理であると位置付けている。

本論文の前半で展開される原価関数と特性関数の比較や仁と交渉集合・カーネルの比較に関する議論は、定型的な議論に終始し、そのために現実の複雑な共通費配分問題にも後半で展開される議論が適用可能であるのか疑問を持たせるところがある。しかし、従来、共通費配分問題の解としては検討されることが少なかった仁の性質や問題点をよく整理し、活用のための方途として公理化の提案をしている点は、新しい論点を提示したものとして高く評価できる。

よって、本論文は博士（経済学）論文として合格と判定する。